土木学会 AI・データサイエンスセミナー

テキストとその背後の ダイナミクスをとらえる

持橋大地 統計数理研究所 数理・推論研究系 daichi@ism.ac.jp

2023-10-19 (木) オンライン講演





持橋大地 統計数理研究所 数理・推論 研究系

- 1998年 東京大学教養学部 基礎科学科第二卒業



立川・統数研

- 2005年 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学 研究科 博士後期課程修了
- 専門:自然言語処理、統計的機械学習
 言語に限らず、多数の分野と共同研究を行っています



土木工学との関わり

•大学の同級生(文科)が土木に定数外で進学

● 個人的に、建築・土木にも興味あり

- 小林潔司先生の階層的隠れマルコフ舗装劣化モデル (2011)について知ったのがきっかけ

↓東京スカイツリーに初めて行った後に読んだ論文

TS29-04

Structural Design of Tokyo Sky Tree

Atsuo konishi1

Senior Structural Engineer, Structural Engineering Department, Nikken Sekkei Ltd., Tokyo, Japan konishi@nikken.co.jp



Atsuo Konishi

Atsuo KONISHI, born in 1963, received his Master of Architectural Engineering degree from the University of Kobe, Japan. He has 20 years experience in building and tower design as a structural e ngineer, and is currently a senior structural engineer for Nikken Sekkei Ltd. He was a structural design er of Tokyo sky tree, and the structural design was begun in 2004.



Figure 2 Superstructure

Counterweight plan SRC(bl.)and RC(ye.) wall pile plan Figure 3 : Plan for Substructure

The wall pile plan (Fig.3: right plan, adopted) uses the weight of soil grasped by foundation as pull-out resistance, using the friction of the pile surface. The counterweight plan is simple and reliable system compared with the wall pile plan. But wall pile plan was adopted in the basic design, because it excels at the adjacent construction near the subway.

The aspect ratio of Tokyo Sky Tree is about 9.0, and the top displacement is too large to broadcast if the foundation has poor vertical rigidity because of the uplift-rocking deflection of Foundation. For example, 10.0cm displacements of a pile convert 90.0cm displacements at the top of the tower. A SRC pile (steel reinforced concrete pile, concrete encased steel pile) was adopted as the foundation structure to consider the continuity of steel member as the steel tower. However, behaviours of SRC pile under the pull-out force



Abstract



『パターン認識と機械学習』翻訳チーム (2006年頃~)
 – 10章(下巻)の変分ベイズ法の翻訳を担当
 – 今でも、機械学習の最も標準的な教科書





『ガウス過程と機械学習』



講談社機械学習プロフェッショナルシリーズ(MLP),
 2019年発売

- 現在、Amazonのレビュー数 122個
- 線形回帰モデルの非常に やさしい導入から入って います



岩波データサイエンス 自然言語処理



- 「岩波データサイエンス
 Vol.2 統計的自然言語理」
- 私が特集総括と記事の執筆
 をしています
- 1500円で読みやすい
 読み物形式です
- 大きな書店には置いてある
 と思います



土木領域での自然言語データ

- 以下は、外部からの想像です [補っていただければ 幸いです]
- (厖大な)保守記録
 - 橋梁や道路などの状態を自由記述で書いたデータ
 - 形容詞や副詞などを用いて状態を記述
- 住民からの反応や陳情などのテキストデータ
 - 何が問題なのか、焦点がどう変わってきているのか
 を人手で客観的に判断するのは難しい
- などなど、テキストに貴重な情報が埋まっており、
 それを統計的に有効に取り出したい



注: 大規模言語モデル(LLM)について

- ChatGPT等のLLMが流行っているが、アイデア出し などにはよいが、動作がまだまだ不安定
- 工学的に安心・安全に運用するのは難しい
 - 内部の動作がほとんど解明されていない
 - 品質保証が全くなされていない



LLMに頼らずとも(あるいは、ブラックボックスとして有効に利用して)、信頼できる言語処理を数理的に実現したい





- 周波数空間における「副詞」の数学的モデル化と ロボティクスへの応用
- 言語のような離散データの背後に隠れた 微分方程式の推定



周波数空間における「副詞」の モデル化

(お茶の水女子大学D2 谷口巴さんとの共同研究)





- 生活を支援する家庭用ロボットの重要性の高まり
- 日常生活において、人と同じ感覚を共有した 動作が期待される
- 副詞などで表現されるあいまいな言葉を理解し、 動作へ結びつけることが必要
 - 「この皿は丁寧に運んで」
 - 「庭をさっと掃いてから すぐに表に回ってね」





使用するデータセット

- 100Walks データ@YouTube [https://youtu.be/HEoUhlesN9E]
 - 「歩く」動作の動画
 - 100個の動画データ、演者1人
 - 100種類の歩く動作
 副詞をクラウドでタグ付け
- AIST++ データ
 - 様々な「踊る」動作の動画
 - 1199個の動画データ, 10種類
 - 20人のダンサー
 - 副詞をクラウドでタグ付け



100 Walks 動画データ



副詞をアノテーション

- クラウドソーシングサイトLancersを用いて
 各動画に副詞のアノテーションを依頼
 - ・100 Walks データ:100個ずつ24名に依頼

動画数	動画数 副詞の種類	
100	264	12.9

・AIST++ データ:50個ずつ120名に依頼

動画数	副詞の種類	平均副詞数
1199	1767	16.2



動画にアノテーションされた副詞

	А	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J	К	L
1	lancersTas	lancersRe	lancersNic	taskForm1	taskFormT	taskForm1	taskFormT	taskForm	[taskForm]	[taskForm]	taskForm	taskForm ⁻
	LTI004132	LRI030460)Weetabix	副詞の定義	普 リ ス ゆ と 気	スデ素細さキと女う足ーーにくかさキ のににに	抜しことスモンゆと大足でく ローでっ 股を足でく しょう ひんしん しんしん しんしん しんしん しんしん しんしん しんしん しんし	イと風なさ怒らかしイターをがっり ってり しんせい うくり しんり しうしん しんしん しんしん しんしん しんしん しんしん しんしん	ガ横蟹ちかかがちちニ歩歩ょとばらょょこでででま な とととと	自持足颯爽キとしに信っ早爽快ビ なてにとにキ やか	抜しバンよ優 流うき足レサうしれに差 ダの	速変リテくリル急考ら素でっムポーミでのたで良い カイン くうしん ううしん ううしん ううしん ううしん しんしん しんしん しんしん
2												
3	LTI004132	LRI030460) kei_0107	よろしくお	自然に 気怠そう に	自信あり げに ぐにゃぐ にゃと	おそるお そる ゆっくり	力強く 自信あり げに	不自然に 動物的に	自信あり げに 女性っぽ く	ゆっくり おそるお そる	元気に すばやく





 動画から骨格の三次元座標を 抽出する

もとの動画**→**





2次元座標を抽出 Open Pose [Cao+,2018]

1.2 1.1 1.0 0.9



3次元座標を抽出 3d-pose-baseline [Martnez+,2017]

姿勢を正規化

15





問題1:

• 運動データの次元が高すぎる

- 100 Walksデータの場合、16x3=48次元
- AIST++データの場合、14x3=42次元
- 次元の間に、高い相関がある
- 真の運動の自由度は、もっと圧倒的に低い!
- 主成分分析 (PCA) をすればよい?→ ×



GPLVMを用いてデータを次元圧縮

- 48次元の情報を3次元に非線形に次元圧縮
- 入力: N×48 行列の姿勢情報

N: フレーム数

出力:N×3 行列の潜在変数





Gaussian Process Latent Variable Model

- ガウス過程を用いた教師なし学習 (Lawrence+ 2003)
- 観測値 ¥ が、潜在変数 X から生成されていると仮定
- カーネル関数を用いて
 XからYへの写像を非線形にすることが可能





ガウス過程とは

● ガウス過程 (Gaussian process)…関数を生成する 確率分布 y ³



– 関数:入力 x ↦ y への写像
 – 時間^tの関数としてみれば、軌跡
 – 数学的には、関数解析で扱われる対象





(x,y)のペアが与えられた時、新しいx*に対してyを予測
 − 非線形の、非常に柔軟な回帰が可能





カーネルによる関数の違い (カーネルとは?)



- カーネル:入力の類似度を定義する関数 • 線形カーネル: $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \mathbf{x}^T \mathbf{x}'$ $- \phi(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ を意味する→ガウス過程は、重回帰を包含 • 指数カーネル: $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{\theta}\right)$ • 周期カーネル: $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(\cos\theta_1\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{\theta_2}\right)\right)$
- Matérnカーネル: $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\sqrt{2\nu}r}{\theta}\right)^{\nu} K_{\nu} \left(\frac{\sqrt{2\nu}r}{\theta}\right) \quad (r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)$ $- \frac{\nu}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \quad \text{obstar}$ (Matérn 1/3/5)



GPLVM: 非線形な主成分分析

● Yだけが観測されているとき、

$$\log p(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) = -\frac{DN}{2} \log(2\pi) - \frac{D}{2} \log |\mathbf{K}_{\mathbf{X}}| - \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\mathbf{K}_{\mathbf{X}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^{T})$$
$$\mathbf{K}_{\mathbf{X}} = \alpha \mathbf{X} \mathbf{X}^{T} + \beta^{-1} \mathbf{I}$$
$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{1}, \cdots, \mathbf{x}_{N})$$

- これを最大化する潜在的なXを見つければよい
- Gaussian Process Latent Variable Model (GPLVM)という (Lawrence+, NIPS 2003)



GPLVMのイメージ



xが1次元の場合: 各観測値 (×,△,○)の背後にxが存在



GPLVMの最適化

$$\log p(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) = -\frac{DN}{2} \log(2\pi) - \frac{D}{2} \log |\mathbf{K}_{\mathbf{X}}| - \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\mathbf{K}_{\mathbf{X}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^{T})$$
$$\mathbf{K}_{\mathbf{X}} = \alpha \mathbf{X} \mathbf{X}^{T} + \beta^{-1} \mathbf{I}$$
$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{1}, \cdots, \mathbf{x}_{N})$$

自然にカーネル化されている**う**任意のカーネルを導入
 $k(\mathbf{x}_{n}, \mathbf{x}_{m}) = \alpha \exp\left(-\gamma |\mathbf{x}_{n} - \mathbf{x}_{m}|^{2}\right) + \delta(n, m)\beta^{-1}$ (RBF)
 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{K}_{\mathbf{X}}} = \mathbf{K}_{\mathbf{X}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^{T} \mathbf{K}_{\mathbf{X}}^{-1} - D \mathbf{K}_{\mathbf{X}}^{-1}$ (RBF)
 $-\frac{\partial L}{\partial \mathbf{K}_{\mathbf{x}}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{K}_{\mathbf{x}}} \frac{\partial \mathbf{K}_{\mathbf{X}}}{\partial x_{nj}}$ を適用して微分
 $-\partial \mathbf{K}_{\mathbf{X}}/\partial x_{nj}$ は、上のカーネルから計算できる



GPLVM: 計算例

"Style-based inverse kinematics", SIGGRAPH 04



– 高次元の関節角ベクトルの時系列を、たった 2次元程度に<mark>非線形に</mark>圧縮できる





 (a)(b)(c)の異なる歩行動画について、GPLVMで 軌跡を3次元に圧縮した結果



● 普通の主成分分析(線形)では、こんなに綺麗には 圧縮できない





● 「運動」の特徴をどうやってとらえるか?



● "軌跡がどこを通るか"は重要ではない

● 「どういう関数か」(=関数としてどんな種類に 属するか) が重要



スペクトル混合カーネル [Wilson+ 2013]

ガウス過程で使用するカーネル関数を,
 データから自動的に学習する確率モデル







スペクトル混合カーネルとは

- ガウス過程のカーネルとして、値が *τ=x-x*'
 だけに依存する、定常カーネルk(τ)を考える
- ボホナーの定理により、任意のk(τ)は

$$k(\tau) = \int_{\mathbb{R}^D} e^{2\pi i \, s^T \tau} \psi(ds)$$

の形に表せる (逆フーリエ変換) - ψ(s)が、周波数領域でのk(τ)の等価な表現 ↓ k(τ)を確率分布で表せる!





通常のガウスカーネル $k(x, x') = \exp\left(-\frac{1}{2}(x - x')^2/\ell^2\right)$

の周波数表現は、

$$S(s) = (2\pi\ell^2)^{1/2} \exp(-2\pi^2\ell^2 s^2)$$

- 中心0, 分散1/l²のガウス分布!





- k(t)は周波数領域での確率密度 ψ(s)と等価なので、 ψ(s) に関して混合ガウス分布を考える
 – 0に関して対称なので、正だけ考えて鏡映
 φ(s | μ, σ²) = N(s | μ, σ²)
 S(s) = (φ(s) + φ(-s))/2
- ガウス分布の各要素は、もとの領域では以下の カーネル関数を考えていることと等価

$$k(\tau|\sigma,\mu) = \exp(-2\pi^2\sigma^2\tau^2)\cos(2\pi\mu\tau)$$









 すなわち、これはカーネルとして、次の混合を 考えていることになる (スペクトル混合カーネル)

$$k(\boldsymbol{\tau}) = \sum_{p=1}^{P} w_p \cos(2\pi \boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{\mu}^{(p)}) \exp\left(-\sum_{d=1}^{D} 2\pi^2 \sigma_d^{(p)} \tau_d^2\right)$$

- パラメータw、μ、σは通常のハイパーパラメータ 最適化で学習できる
- ARD事前分布を使うことで、不要なガウス分布を 除去している



マウナロアCO。濃度データ





Airline Passengerデータ

 ● 1949-1961の毎月の航空乗客数のうち、最初の 8年を学習に使って残りの4年分を予測





スペクトル混合カーネル**→**周波数抽出

- 入力: GPLVMで最適化した3次元の潜在変数
 データを1次元ごとに分解してそれぞれ入力
- 出力:最適化された各カーネルの重み,平均,分散
- 混合するカーネルの個数は4個と10個に設定

$$k(\tau) = \sum_{q=1}^{Q} w_q \cos(2\pi\tau^{\mathrm{T}}\mu_q) \prod_{d=1}^{D} \exp(-2\pi^2\tau_d^2 v_q^d)$$







 動画の関数空間での周波数と、観測された 副詞をどうやって結びつけるか?





Latent Dirichlet Allocation (LDA) (Blei+2003) • テキストの各単語に、それを生成した潜在トピック を割り当てる確率モデル (Blei+2003より)

The William Randolph Hearst Foundation will give \$1.25 million to Lincoln Center, Metropolitan Opera Co., New York Philharmonic and Juilliard School. "Our board felt that we had a real opportunity to make a mark on the future of the performing arts with these grants an act every bit as important as our traditional areas of support in health, medical research, education and the social services," Hearst Foundation President Randolph A. Hearst said Monday in announcing the grants. Lincoln Center's share will be \$200,000 for its new building, which will house young artists and provide new public facilities. The Metropolitan Opera Co. and New York Philharmonic will receive \$400,000 each. The Juilliard School, where music and the performing arts are taught, will get \$250,000. The Hearst Foundation, a leading supporter of the Lincoln Center Consolidated Corporate Fund, will make its usual annual \$100,000 donation, too.

- 単語の色=潜在トピック

- 人間が教えなくても、完全に自動的に推定できる



LDAの確率モデル

 テキストはK個の潜在トピックを割合θで混合した ものと仮定

- 各単語wにトピックzを割り当てていく

 θおよび、トピックzから単語wが出現する確率分布 { p(w|z)} はディリクレ分布から生成されたと仮定する









- 各動画には、副詞がクラウドでアノテーションされている
- LDAを使えば、それぞれの副詞の潜在トピック(=色) がわかる
- 動画には本当は、動作のカーネル関数空間での 周波数情報がある!



HDP Spectral Mixture LDA

● 副詞と周波数を同時に潜在トピックでモデル化

● トピック数Kも自動推定 (HDP: 階層ディリクレ過程)



HDP-SMLDA 実験概要

- 入力:副詞データ,周波数データ
- データセット : 100 Walks 95動画, AIST++ 1063動画
- 基底数:4,10
- 集中度αと単語分布のパラメータβを最適化
- MCMCの繰り返し数:1000
 - 単語のパープレキシティを計算
 - スペクトル混合カーネル推定の際の重みWを用いて 繰り返しごとに周波数をサンプリング

$$perplexity(\mathbf{w_{test}}) = \exp\left(-\frac{\sum_{d=1}^{D_{test}} \sum_{n=1}^{N_d} \log(p(w_{dn}))}{\sum_{d=1}^{D_t est} N_d}\right)$$











HDP-SMLDA 実験結果 AIST++データ Q=4 トピック別上位5語

topic: 1 激しく 力強く はっきりと 熱心に 上品に topic: 2	なめらかに 軽やかに くるくると topic: 5 力強く 激しい	topic: 8 テンポ良く スタイリッシュに 気持ち良さそうに 流れるように 格好良く topic: 9	たどたどしく ぐんぐんと 落ち着いた topic: 12 格好よく カクカクと おおらかに	topic: 15 確かめるように ひょうきんに 丁寧に 慎重そうに 探すように topic: 16	
楽しそうに リズミカルに 軽やかに 弾むように 元気に topic: 3 規則正しく	素早く 大胆に topic: 6 踊るように ステップを踏 嬉しそうに 躍動するよう	ゆったりと 滑らかに ゆっくりと 機械的に ゆるやかに topic: 10 ダイナミックに	楽しそうな 機械のように topic: 13 キビキビと 機械のように コミカルに しっかりと	^{牲ヽ} 揺れているような 波のような 細かい動作で ロボットのような	11の5日南#かぶらい
テンボよく 躍動的に 生き生きと 大胆に topic: 4 しなやかに 優雅に	うまらなそうに topic: 7 慣れたように 安定的に くねくねと キビキビと ダイナミックに	成し、 くねくねと おおきく キレよく topic: 11 はずむように ひろがるように	topic: 14 小刻みに 回るように 細かく クルクルと リズム感よく	がお	

HDP-SMLDA: AIST++データ



HDP-SMLDA:AIST++データ Q=4 トピック別上位5語

topic: 1 激しく 力強く はっきりと 熱心に 上品に topic: 2	なめらかに 軽やかに くるくると topic: 5 力強く 激しい 激しく	topic: 8 テンポ良く スタイリッシュに 気持ち良さそうに 流れるように 格好良く topic: 9	たどたどしく ぐんぐんと 落ち着いた topic: 12 格好よく カクカクと	topic: 15 確かめるように ひょうきんに 丁寧に 慎重そうに 探すように topic: 16	
<pre>楽しそうに リズミカルに 軽やかに 弾むように 元気に</pre>	素早く 大胆に topic: 6 踊るように ステップを踏む 嬉しそうに	ゆったりと 滑らかに ゆっくりと 機械的に ゆるやかに しつい. 10	楽しそうな 機械のように topic: 13 キビキビと 機械のように コミカルに	軽く 揺れているような 波のような 細かい動作で ロボットのような	
規則正しく テンポよく 躍動的に 生き生きと 大胆に topic: 4	躍動するように つまらなそうに topic: 7 慣れたように 安定的に くねくねと	タイノミックに 激しく くねくねと おおきく キレよく topic: 11	ロボットのように ロボットのように topic: 14 小刻みに 回るように 細かく	<u>.</u>	µが特異な トピック
しなやかに 優雅に	キビキビと ダイナミックに	はずむように ひろがるように	クルクルと リズム感よく	統正教	^{共同利用機関法人情報·システム研究機構} 於計数理研究所



学習した単語分布φを用いて
 評価動画の周波数情報から副詞を生成





周波数情報から副詞の生成 上位10語

実際に付与された副詞 明るい 魅せるように 恋するように 欲するように 大きな 軽やかに 爽快に 情熱的に リズミカルに 陽気に 気持ち良さそうに 軽快に スタイリッシュに テンポ良く 格好良く センス良く スムーズに 流れるように 大胆に

モデルの予測 (Q=4) 力強く 激しい 激しく 素早く 大胆に 堂々と キビキビと ダイナミックに パワフルに かっこよく **モデルの予測 (Q=10)** テンポ良く スムーズに スタイリッシュに 流れるように 陽気に 悲しそうに 格好良く 気持ち良さそうに センス良く 堂々と





各モデルにおけるPerplexity (=1/予測確率)

• 100 Walks データ

LSTM / GPLVM	LSTM / Original	MLP (Q=4)	MLP (Q=10)	HDP-SMLDA (Q=4)	HDP-SMLDA (Q=10)	
210	402	253	253 284		117	
 AIST++ データ AIST++ データ 						
LSTM / GPLVM	LSTM / Original	MLP (Q=4)	MLP (Q=10)	HDP-SMLDA (Q=4)	HDP-SMLDA (Q=10)	
1068	1794	994	1027	320	382	
次元 圧 縮 が ク ラ ス 分類 に 有 効						



離散データの背後にある 微分方程式の推定

(総研大統計科学専攻D3 宮澤脩一さん(AGC)との共同研究)







 自然言語処理の"言語モデル"分野の特許データ
 テキストを潜在トピックに分解すれば、一般的な テキストでも同様の時系列が得られる







- こうしたデータは、何かの微分方程式に従っている 可能性が高い
- しかし、観測値は離散 (-63.57のような連続値ではない!)
 統計的には、点過程とよばれる問題
 連続値ではないので、ルンゲクッタ法等は使えない!



常微分方程式 (ODE)

● 時間変化する複数の量の関係を記述する

- 土木工学、物理学、電気工学、経済学、生物学...



捕食者一被捕食者

感染症のモデル (COVIDなど)

観測値をy、潜在状態をx、ガウスノイズをεとすると

 $\mathbf{y}(t_i) = \mathbf{x}(t_i) + \boldsymbol{\epsilon}(t_i), \quad i = 1, \dots, N.$

このとき、xの時間微分がある関数に従う $\dot{\mathbf{x}}(t) \equiv \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}).$



点過程データの取り扱い



一定間隔で時間を離散化してヒストグラムにすれば、
 一応は数値データにできる

• しかし、

- 粗い離散化:時間的な依存関係を丸めてしまう
- 細かい離散化:頻度0のビンの増加、信頼度の低下、 ガウスノイズの仮定が不適切に



Cox過程 (Cox, 1955)

点が観測される
 潜在的な強度が時間変化する
 確率モデル



 $\lambda(t) = \lambda_0 \cdot \exp(x(t)) \ (>0),$ $x(t) \sim GP(0, K)$

潜在的強度の対数がガウス過程に 従う: 対数ガウスCox過程 (Møller+ 98)



提案法:ODE統合型Cox過程 (LGCP-GM) 潜在強度がランダムなガウス過程に従うのでは なく、微分方程式(ODE)に従って時間発展するとする







勾配マッチングの概念図

- 任意の時刻で観測データが得られるわけではない!
 → ガウス過程によって補間
- 補間したガウス過程の勾配を、推定したい微分方程式の勾配と同じにする
 - → 勾配マッチング (Dondelinger+13, Wenk+19)





- 観測値y、潜在的強度x, ODEパラメータθの事後分布 $p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{m}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\phi}, \gamma) \propto p(\mathbf{m} | \mathbf{y}) \times p(\boldsymbol{\theta}) \times \mathcal{N}\left(\mathbf{y} \mid \hat{\mathbf{x}}, \operatorname{diag}\left(\hat{C}_{\boldsymbol{\phi}}\right) + \boldsymbol{\sigma}^{2}\mathbf{I}\right)$ $\times \mathcal{N}\left(\mathbf{x} \mid \mathbf{0}, C_{\boldsymbol{\phi}}\right) \times \mathcal{N}(\mathbf{g}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \mid \mathbf{Dx}, \mathbf{A} + \gamma \mathbf{I}).$
- 解析的には解けないので、MCMC法でサンプリングに よって推定
 - Hamiltonian Monte Carlo+Blocked Gibbs





観測値はこれだけ



 微分方程式を考慮しない対数ガウスCox過程に比べ、 提案法は潜在ダイナミクスを考慮して高精度に
 予測できる

















- IBM→サムスン(+)、IBM→Microsoft(-)、 Microsoft→サムスン (+) の影響関係がみられる





MovieTweetings (Dooms+13)データセット



● 映画レビューのツイート数の時間変化

● 仮定する微分方程式:SIRモデル ("Ⅰ"しか観測されない)

• パラメータの推定結果:

Movie Production	a	b
Minions (2015)	2.45 ± 0.737	8.71 ± 1.95
Avengers: End Game (2019)	4.95 ± 0.748	9.90 ± 0.149

a: trend up b: trend down

